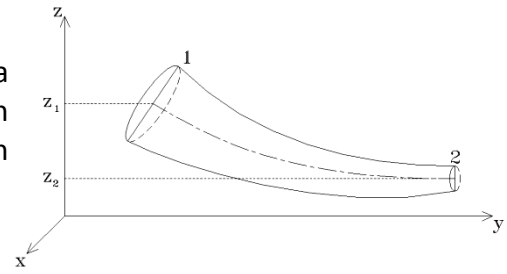


En fluide parfait

Daniel Bernoulli (1700-1782), physicien suisse du XVIII^{ème} siècle, a mis en évidence le phénomène de la conservation de l'énergie, en démontrant qu'en fluide parfait la pression totale en un point d'un fluide en écoulement était constante et ce en tout point du fluide.



Ce qui donne en Pa ou en J.m^{-3} : $p_{T1} = p_{T2} = \text{Constante}$

Trois paramètres composent cette pression totale :

- o **La pression statique :** C'est la pression engendrée par la hauteur de fluide située au-dessus du point étudié (en rapport avec l'énergie potentielle de pression).
- o **La pression liée à l'altitude :** C'est la pression provoquée par la hauteur de fluide située au-dessous du point étudié (en rapport avec l'énergie potentielle d'altitude).
- o **La pression dynamique :** C'est la pression créée par la vitesse du fluide (en rapport avec l'énergie cinétique).

Ces trois pressions mises en équation donnent aux points 1 et 2 :

$$p_{T1} = p_{s1} + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2$$

$$p_{T2} = p_{s2} + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

D'où l'équation généralisée de Bernoulli en fluide parfait entre deux points :

$$p_{T1} - p_{T2} = p_{s1} - p_{s2} + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) = 0$$

Avec en Pa : $p_{s1} - p_{s2}$ la variation de pression due à la variation de profondeur.

$\rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$ la variation de pression due à la variation d'altitude.

$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2)$ la variation de pression due à la variation de vitesse.

Remarque 1 : La pression totale est donc constante en tout point du fluide, par contre les trois composantes de cette pression peuvent varier. L'important est de bien comprendre qu'en fluide parfait la somme de ces trois pressions donne toujours le même résultat.

Remarque 2 : Lorsque le fluide est immobile, $v_1 = v_2 = 0 \text{ m.s}^{-1}$, on retrouve la loi de la statique :

$$p_{s1} - p_{s2} + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) = 0 \quad \text{et} \quad \Delta p = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$$

En fluide réel sans machine

On fait apparaître dans cette équation la perte de charge (J_{1-2}) en Pa, due aux frottements (rugosité du tube) et aux caractéristiques propres du fluide (viscosité), entre les points 1 et 2 :

$$(\rho s_1 - \rho s_2) + \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) = J_{1-2}$$

Où encore :

$$(\rho s_2 - \rho s_1) + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) + J_{1-2} = 0$$

En fluide réel avec machine

Cette fois-ci entre les points 1 et 2 il existe une différence apportée par la machine. C'est à partir de cette différence que l'on pourra déterminer la hauteur manométrique de la pompe :

$$\Delta \rho_{\text{pompe}} = (\rho s_2 - \rho s_1) + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) + J_{1-2}$$

Exemple d'application à une installation en circuit fermé :

- o $\rho s_2 - \rho s_1$: entre les points 2 et 1 se trouve l'installation (entre 1 et 2 se trouve la pompe), la variation de pression statique correspond donc aux pertes de charges du circuit le plus défavorisé de l'installation.
- o $z_2 - z_1$: si la pompe est horizontale : $\Delta z = 0$,
si elle est verticale sera égale à la longueur de la pompe.
- o $v_2^2 - v_1^2$: si le diamètre de la pompe est identique entre l'entrée et la sortie : $\Delta v^2 = 0$,
si le diamètre est différent (entrée plus grande) : $\Delta v^2 > 0$.
- o J_{1-2} : représente la perte de charge entre l'entrée et la sortie de la pompe, elle est donc incluse dans les caractéristiques de la pompe : $J_{1-2} = 0$.

Donc pour une pompe horizontale de diamètre constant :

$$\Delta \rho_{\text{pompe}} = \rho s_2 - \rho s_1 = \Delta \rho_{\text{réseau}}$$

Remarque 1 : Cette équation dont tous les termes sont en Pa, peut aussi se calculer directement en m de colonne de fluide, pour cela il suffit de tout diviser par ρ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et par g en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, ce qui donne :

$$H_m = (\rho s_2 - \rho s_1) / (\rho \cdot g) + (z_2 - z_1) + (v_2^2 - v_1^2) / (2 \cdot g) + J_{1-2} / (\rho \cdot g)$$

Remarque 2 : Il existe une troisième possibilité de travailler avec Bernoulli, en divisant les Pa par ρ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ on obtient des $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$, soit l'énergie massique du fluide :

$$W_m = (\rho s_2 - \rho s_1) / \rho + g \cdot (z_2 - z_1) + (v_2^2 - v_1^2) / 2 + J_{1-2} / \rho$$